

## ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

### ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ

Поступающий в академию должен показать:

- четкое знание математических аксиом, определений и теорем, предусмотренных программой;
- умение четко и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- уверенное владение математическими знаниями, умениями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

### Раздел I. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

#### *Арифметика, алгебра и начала анализа*

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Общий наибольший делитель. Общее наименьшее кратное. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Формулы сокращенного умножения. Логарифмы, действия с логарифмами: логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Одночлен и многочлен. Уравнение, корни уравнения, равносильные уравнения. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена. Решение квадратного уравнения. Теорема Виета. Решение алгебраических и иррациональных уравнений. Графическое решение уравнений.

График функции. Свойства функции: возрастание, убывание, периодичность, четность, нечетность. Определение, основные свойства и графики функции: линейной, квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ , степенной  $y = a^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ), показательной  $y = a^x$  ( $a > 0$  и  $a \neq 1$ ) и логарифмической  $y = \log_a x$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ), тригонометрических функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ .

Решение алгебраических и иррациональных неравенств. Показательные логарифмические уравнения и неравенства Системы уравнений и неравенств. Решение системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Исследование функции  $f(x)$  на максимум, минимум, нахождение интервалов возрастания и убывания.

Определение тригонометрических функций угла. Зависимость между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов. Выражения тригонометрических функций двойного и половинного аргумента через функции основного аргумента. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения тригонометрических функций  $\sin \alpha \cdot \cos \beta$ ,  $\cos \alpha \cdot \cos \beta$ ,  $\sin \alpha \cdot \sin \beta$  в сумму или разность. Преобразование в произведение сумм  $\sin \alpha \pm \sin \beta$ ,  $\cos \alpha \pm \cos \beta$ . Определение  $\arcsin \alpha$ ,  $\arccos \alpha$ ,  $\arctg \alpha$ . Решение тригонометрических уравнений.

## *Геометрия*

Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые. Многоугольник. Его вершины, стороны, диагонали. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Решение прямоугольных и косоугольных треугольников. Теоремы косинусов, теорема синусов. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Признак параллельности двух плоскостей. Прямая, признак параллельности прямой и плоскости. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Теорема перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды. Доказательство утверждения о том, что квадрат

диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

Поверхности и тела вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формулы объема параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.

Формулы площади боковой и полной поверхности параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса. Площадь поверхности сферы.

## Раздел II. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Поступающий должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений, пользоваться калькуляторами и таблицами для производства вычислений;

2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные; выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;

3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций;

4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним, решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени, приводящиеся к ним. Решать уравнения и системы, содержащие параметр;

5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;

6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;

7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач;

8. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание и убывание, экстремумы и при построении графиков функций.